

数学の問題を読んでいくと、やはり数式処理も図（イメージ）を基盤にして、問題を解いていくものであるなという認識に至ります。数式をただただ変形していけば解けるというような問題ではない。数式、 $X^2+Y^2=4$ という式から、円を連想して、2つの円が重なる条件として問題を設定し直し、途中で立式する必要もあったりします。

1. 基本的な問題解決の為の方略

イメージ（数式もイメージみたいなもの）を解析して、今の状況を知り、問題の設定から目標（結果として求める数式）を知ることが問題解決のスタート地点です。「知る」ことは、センサーというもので、いろいろな属性に対して作り込まれているものでしょう。2次式か？とか、円の公式か？とか放物線かとか、3時曲線かとか、変数は何かとか。そういうものを知るセンサーが基盤にある。

目標は、センサーの結果から連想される知識群を駆使して設定します。「2つの図形が重なる条件を求めよ」というような問題ですと、センサーから「図形が円」ということであれば、「2つの円が接するところから更に半径が大きいときに重なる」という知識を基盤にして、円の中心と半径の関係式を立てることになります。知識がないときには、図形を移動、半径を拡大縮小して、試行錯誤で、「重なる条件」の知識をえていくことになります。ここで、円という特別な場合は知識を獲得しやすいわけです。

現状と目標の状況をイメージして、立式します。直角三角形の公式とか、円の性質とか、三悪関数とか・・・いろいろ知識が必要です。知識を目標のイメージに対応して公式を得ていくのです。

式の変形をしていく。目標の式に如何に近いかというパターンの近さを評価しながら式を変形していきます。

まとめますと、センサーとアクション（立式、式変換、評価、連想）があって、以下のように数式処理は実施されていくことになります。

- (1) 目標設定
- (2) 現状把握
- (3) 立式
- (4) 式変換
- (5) 結果の評価（目標との距離を測る）
- (6) (1) から (5) を繰り返す。

2. 連想と評価の機構

センサーもアクションも基本的なものは手作業で作り込みますが、基本的に機械学習で得ていくようにしたいものです。それらは、オントロジーで支持していった、項目はオブジェクトとして多くを知識として充実させていくものです。それらオブジェクトの上に連想関係ができることとなります。これは重み付き投票法で行って、もっとも支持が高いアクションから選択して試行錯誤に供します。結果がいかにも目標に近いかということ、これをまたセンサーに寄って評価します。基本的に現在のパターンがどれだけ目標のパターンに近い、その先に前進する手だてがあるか、ということで重み付き投票で判定します。

全ては、重み付き投票機構で実現することです。センサーとアクションと重み付き投票という連想・評価が数式処理の手続き部分の基本と捉えます。データは基本的にイメージで、記号も手続き部分を動かす部分で基盤になるというものです。

3. 例題

「QEの計算アルゴリズムとその応用」(東京大学出版会)の「名古屋大学」の問題で、つぎのものがありません。

【問題】 xy 平面上に3点 $O(0,0), A(1,0), B(0,1)$ がある。

(1) $a > 0$ とする。 $OP:AP=1:a$ を満たす点 P の軌跡を求めよ。

(2) $a > 0, b > 0$ とする。 $OP:AP:BP=1:a:b$ を満たす点 P が存在するための a, b に対する条件を求め、 ab 平面上に図示せよ。

【解説】だいたい、問題自体が図を求めています。基本的に図形処理ができないとこの問題は解けません。問題の解法も図を基本に「考える」ことをしないと解けないのは、「 $OP:AP:BP=1:a:b$ を満たす点 P が存在する a, b の条件」という問題設定の意味は、数式的にどういうことかということ「認識」する段階で言えることです。

実は軌跡は円であり、(2)の問題設定は、 a と b が独立なので、2つの円が重なればよい・・・それが条件ということで、直角三角形の斜辺の距離の問題として立式できるのです。式が円であること、直角三角形を発見し、2つの円の中心間の距離が半径とどんな関係になっているか、センサーで求めることが重要で、センサーの結果から、式を連想することがその次に重要だということが分かります。センサーは a と b とかの値の境界条件分けにも必要です。

おわり