

東大の2006年の数学の問題を考えて行ってみたいと思います。

【問題】 次の条件を満たす組 (x,y,z) を考える。

条件 (A) : x,y,z は正の整数で、 $x^2+y^2+z^2=x*y*z$ および $x \leq y \leq z$ を満たす。

以下の問いに答えよ。

- (1) 条件 (A) を満たす組 (x,y,z) で、 $y \leq 3$ となるものを全て求めよ。
- (2) 組 (a,b,c) が条件(A)を満たすとする。このとき、組 (b,c,z) が条件 (A) を満たすような z が存在することを示せ。
- (3) 条件 (A) を満たす組 (x,y,z) は、無数に存在することを示せ。

【(1) の解法】

人工知能は $0 < x \leq y$ と $0 < y \leq 3$; x, y は整数から、

$(x,y) = (1,1), (1,2), (2,2), (1,3), (2,3), (3,3)$ を生成できなくてはなりません。これは数直線の知識と整数の性質の知識からの数え上げの能力です。

そのあと、代入法で具体的な式を作って、 z について2次方程式を解くと答えが出ます。

結局、 $(3,3,3)$ と $(3,3,6)$ が答えと分かります。

【(2) の解法】

人工知能は代入法で、数式を得ます。

$$(1) \quad a^2 + b^2 + c^2 = a * b * c$$

$$(2) \quad b^2 + c^2 + z^2 = b * c * z$$

これすごくトリッキーな式でして、細かく変数を追うことなくとけるのです。人工知能はパターン発見能力がいます。

つまり、 $z^2 - a^2 = b * c * z - b * c * a$ となります。

これって、 $(z-a)(z+a) - b * c * (z-a) = 0$ と変形ができて、更に

$$(z-a) * (z - (b * c - a)) = 0$$

このことから、 $b=c=a$ の時と、 $(b,c, b * c - a)$ の解が存在します。

【(3) の解法】

人工知能は帰納法の理解能力が必要です。無数に存在するとは、 (a,b,c) が存在すれば、 $c < C$ の解が (A,B,C) として存在することを示せば良いのです。「小さいほうがあれば、それよりの大きな解が必ず存在するならば、無数に点は存在する」というのは、認知の基本的ものです。公理のレベルの認知ですから、この能力は人工知能に必須です。

で、問題の解ですが、(2) が言えるから、 $A=b, B=c, C=b*c-a > c$ とおけばいいのです。

このような考察から、人工知能としては基本的な認知能力（図形を基本的な操作対象とする「理解力」）を持っている必要があることが分かります。記号の世界だけでは解決できない問題があるということです。

センサーとアクションと認知、これらがプロダクションシステムとして、推論していく機構の要素となることが分かりました。センサーは、式の属性（2次式とか、円とか）、式のパターンを発見することで、アクションは、式の変形規則ですね。認知は、図形をベースとした推論です。数学的な基本能力（集合論とか、数直線とか、対応とか、ユークリッド幾何とか）を図形解析にあてはめ、記号による状況の把握をすることです。これはまた、センサーとアクションの塊でもあるわけです。基本的に、センサーとアクションと管理機構とってよいでしょうか。

目標に近づいているかどうかを判断する機構も、センサーとアクションに還元できます。黒板と、プロダクションですべての人工知能の機構は構成できるということも言えそうです。だから、人工知能を創るときには、先ず、黒板システムとその上のプロダクションシステムを構築し、その基本コマンド、データ形式を Prolog か LISP にするとよいということです。あとは、肉付けとか意味づけをしていくこと。

そんなことで、人工知能の開発は成就できそうです。

おわり